

Gleichungen lösen

Bearbeite alle Aufgaben schriftlich in deinem Mathematikheft.
Berücksichtige die Regeln zur Heft- und Mappenführung.
Schreibe sauber und ordentlich.

Benötigst du Unterstützung, dann melde dich unter
04623-189087 oder wit@struensee-gemeinschaftsschule.de.

Die Lösungen kannst du dir per Mail bei mir anfordern.

Erinnere dich:

Terme und Gleichungen - Begriffsbestimmungen

⇒ Term = engl., Ausdruck

⇒ Terme beschreiben Rechenwege.

Sie enthalten Buchstaben als Variablen, z.B. x, y, z, n, m.

Setzt du für die Variable eine Zahl ein, erhältst du eine Zahl als Ergebnis.

Beispiele: $x = 4$

$z = 5$

$$3 \cdot x + 7$$

$$2 \cdot (z + 2)$$

$$3 \cdot 4 + 7 = \underline{\underline{19}}$$

$$2 \cdot (5 + 2) = 2 \cdot 7 = \underline{\underline{14}}$$

Zur allgemeinen Beschreibung eines Rechenweges stellst du einen Term auf.
Zum Berechnen setzt du für die Variablen Zahlen ein.

Beispiel:

Eine Tafel Schokolade kostet x €. Wie teuer sind 4 Tafeln dieser Sorte?

$$x = 0,65 \text{ €}$$

$$4 \cdot x$$

$$4 \cdot 0,65 = \underline{\underline{2,60 \text{ €}}}$$

Vier Tafeln Schokolade kosten 2,60 €.

⇒ Zahlen und Variablen sind Terme.

Summen, Differenzen, Produkte, Quotienten von Termen sind auch Terme.

$$4 \cdot x + 7$$

$$x : 10$$

$$2 \cdot x - 4 \cdot y + 1$$

$$31$$

$$a^2$$

$$2 \cdot a + 2 \cdot b$$

⇒ $(-4) - (-42) = (+38)$ ⇒ Der Term heißt Differenz.

⇒ $4 + b = 7$ ⇒ Buchstaben (Platzhalter) können an die Stelle von Zahlen gesetzt werden. Man nennt sie auch Variablen (die Variable, die Variablen, lat. veränderlich).

Aus der Geometrie ist bekannt, dass Zahlen vor den Variablen stehen können.

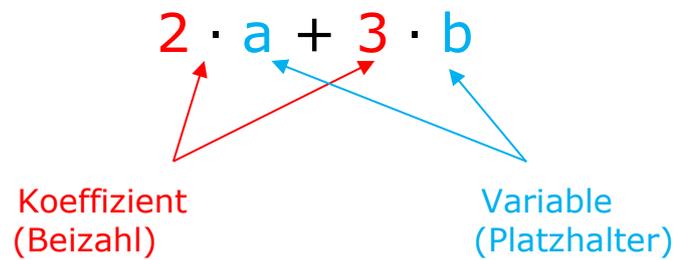
⇒ $u = 4 \cdot a$ ⇒ Der Term heißt Umfang des Quadrates.

$u = 4a$ ⇒ Die Zahl vor den Variablen heißt Beizahl oder Koeffizient.

Das Multiplikationszeichen zwischen einem Koeffizienten und einer Variablen darf man weglassen.

⇒ $u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$ ⇒ Der Term heißt Umfang des Rechtecks.

Zahlen, Variablen und sinnvolle Zusammensetzungen aus ihnen mithilfe von Operationszeichen oder Klammern heißen Terme.



Formuliere aus den Texten entsprechende Terme

Text	Term
Die Summe aus 5 und einer Zahl.	
Die Differenz aus 7 und einer Zahl.	
Das Produkt aus 9 und einer Zahl.	
Der Quotient aus einer Zahl und 4.	
Eine Zahl vermindert um 6.	
Zu einer Zahl 2 addieren.	
Das Achtfache einer Zahl.	
Die Hälfte einer Zahl.	
Von einer Zahl 3 subtrahieren.	
Eine Zahl vermehrt um 8.	
Eine Zahl mit 7 multiplizieren.	
Eine Zahl durch 8 dividieren.	

Gleichartige Terme kannst du durch Addieren und Subtrahieren zusammenfassen.

$$a + b + a + a + b = 3 \cdot a + 2 \cdot b = 3a + 2b$$

⇒ andere Schreibweisen für den gleichen Term

Gleichartige Terme: $4x$ und x

$3xy$ und $8xy$

Nicht gleichwertige Terme: $3y$ und $2x$

3 und $3a$

$$\begin{array}{r|l}
 -x & 3 \cdot x + 4 = x + 10 \\
 \text{zus.} & 3x - x + 4 = x - x + 10 \\
 -4 & 2x + 4 = 10 \\
 \text{zus.} & 2x + 4 - 4 = 10 - 4 \\
 & 2x = 6
 \end{array}$$

$$\underline{\underline{x = 3}}$$

Probe: $3x + 4 = x + 10$

$$3 \cdot 3 + 4 = 3 + 10$$

$$9 + 4 = 13$$

$$\underline{\underline{13 = 13}}$$

Übungen:

Löse folgende Gleichungen durch schrittweises Umformen.
Überprüfe dein Ergebnis mit einer Probe.

1. $x + 8 = 17$ **x = 10**

2. $9 + x = 23$ **x = 14**

3. $27 = y - 11$ **y = 38**

4. $5 \cdot x = 45$ **x = 9**

5. $x - 17 = 35$ **x = 52**

6. $3 \cdot x - 12 = 54$ **x = 22**

7. $2 \cdot x + 8 = 36$ **x = 14**

8. $5 \cdot x - 7 = 13$ **x = 4**

9. $2 \cdot x + 3,5 = 11,5$ **x = 4**

Die Differenz zweier Zahlen beträgt 3. Subtrahierst du vom Neunfachen der größeren Zahl das Fünffache der kleineren Zahl, so erhältst du 71.
Wie heißen die beiden Zahlen?

Zusammen sind Hans, dessen Tochter Karin und deren Sohn Sven 123 Jahre alt.
Karin ist 32 Jahre älter als Sven. Hans ist 26 Jahre älter als Karin.
Wie alt sind die drei?

Die Quersumme einer zweistelligen Zahl ist 12. Vertauscht du die beiden Ziffern, so erhältst du eine um 18 kleinere Zahl.
Wie heißt die Zahl?

Jana ist dreimal so alt wie Tom. In 5 Jahren wird sie nur noch doppelt so alt sein.
Wie alt sind die beiden?

Terme umformen

1 Ordne die Variablen und vereinfache die Terme.

$$3 \cdot a \cdot 4 = 3 \cdot 4 \cdot a = 12 \cdot a = 12a$$

$$2 \cdot x \cdot 7 \cdot y = 2 \cdot 7 \cdot x \cdot y = 14xy$$

$$2 \cdot v \cdot 3 \cdot u \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot u \cdot v = 30uv$$

$$3 \cdot (-a) \cdot 3 \cdot a = 3 \cdot 3 \cdot (-a) \cdot a = -9a^2$$

a) $3 \cdot a \cdot 5 \cdot b =$ _____ c) $4 \cdot s \cdot t \cdot 2 \cdot 5 =$ _____

$6 \cdot r \cdot 4 \cdot s =$ _____ $7 \cdot a \cdot 2 \cdot a \cdot 4 =$ _____

$2 \cdot x \cdot y \cdot 8 =$ _____ $3 \cdot x \cdot 2 \cdot y \cdot 7 =$ _____

b) $6 \cdot p \cdot q \cdot 2 \cdot 3 =$ _____ d) $-3 \cdot x \cdot 4 \cdot x =$ _____

$5 \cdot r \cdot 2 \cdot s \cdot 5 =$ _____ $-6 \cdot a \cdot (-a) \cdot 2 =$ _____

$2 \cdot a \cdot 2 \cdot 3 \cdot b =$ _____ $2 \cdot t \cdot t \cdot (-2) =$ _____

2 Fasse gleichartige Summanden zusammen.

$$11x + 8x = 19x$$

$$5r + 7s - 9r + 2s = -4r + 9s$$

a) $6x + 2x =$ _____ b) $20a - 8a + 2a =$ _____

$7a - 4a =$ _____ $17u - 4u - 9u =$ _____

$9t + 7t =$ _____ $12v - 5v + 8v =$ _____

c) $5x - 3y + 11x - 2y =$ _____

$9z + 10 - 2z + 7 =$ _____

$8a - 7b + 5a - 2b =$ _____

d) $16u + 17 - 6u - 8 - 3 - 8u + 12 =$ _____

$9t - 2t + 7 - 3t - 9 - 3t - 2t - 9 =$ _____

$12u - 5u + 20v - 8u - 13v + 12v =$ _____

e) $5x - 7 + 5y - 2 + x =$ _____

$a - b + 5a + 6 - 4b =$ _____

$3t - 7s + 5 - 2s + 6 =$ _____

f) $18x - 2x - 5x - 8x - 10x - 2x =$ _____

$22 + 9t - 7t + 20 - 17t - 4 + t =$ _____

$-2z + 11 - 13z - 5z + 12x - z + 4 =$ _____

3 Multipliziere die Klammern aus.

$$3(a+5) = 3a + 15$$

$$7(3x-6y) = 21x - 42y$$

$$-(z+9) = -z - 9$$

$$-7(2x-3y) = -14x + 21y$$

a) $2(x+3) =$ _____

$4(a-2) =$ _____

$9(p-q) =$ _____

b) $5(x+y) =$ _____

$6(a-3) =$ _____

$2(2t-3s) =$ _____

c) $2(a+b+c+7) =$ _____

$9(x+y-z-3) =$ _____

$12(2u+3v-4) =$ _____

e) $-(u+5) =$ _____

$-(t-3) =$ _____

$-(-x-2) =$ _____

f) $-6(3a-2b+8c) =$ _____

$-(6u+7v-3t+1) =$ _____

$15(x-2z-3-5y) =$ _____

g) $-(5u+3v) =$ _____

$-4(r-3s) =$ _____

$-11(-2a-b) =$ _____

h) $-7(a+b-c-d-e) =$ _____

$3(12-4r+5s-6t) =$ _____

$-9(p+7q-4r-6s) =$ _____

Weitere Übungen

Löse die Gleichungen im Kopf.

1. $x \cdot (-3) = 12$ $x =$

6. $(-8) : x = 2$ $x =$

2. $(-8) \cdot x = -56$

7. $27 : x = -9$

3. $2 \cdot x = -28$

8. $38 : x = 19$

4. $(-10) \cdot x = 25$

9. $x : 5 = -5$

5. $x \cdot 7 = -84$

10. $(-30) : x = -2$

Klammere jeweils den Faktor 7 aus.

Beispiel: Faktor 5 ausklammern: $-10 - 15x = -5 \cdot (2 + 3x)$

1. $7x^2 + 14 =$

4. $7x^2 - 14x =$

2. $21x - 35ax =$

5. $-21x + 35ax =$

3. $-56x^2 - 63xy =$

6. $-56x^2 + 63xy =$

Klammere jeweils einen geeigneten Faktor aus.

1. $3x - 3y =$

12. $15m - 15n =$

2. $9a + 9b =$

13. $-12a - 12b =$

3. $6x + 18x =$

14. $12a - 9b =$

4. $14m - 21n =$

15. $27x + 42y =$

5. $3x + 6xy =$

16. $12ab - 15b =$

6. $-45x^2 - 30x =$

17. $15r - 21rs =$

7. $ax + 2ab =$

18. $8x^2 + 18xy =$

8. $12xy - yz =$

19. $14x^2y - 7xy^2 =$

9. $48a^2 + 96a^3 =$

20. $-12nm - 20km =$

10. $18xy + 36yz + 9y =$

21. $16 - 44a + 24b =$

11. $24ab - 12bc + 48b =$

22. $ax - 4az + 5ay =$

Gleichungen mit Klammern lösen

Multiplikation und Division von Klammerausdrücken

Löse die Klammer auf. Multipliziere und fasse zusammen.

Die Zahl vor der Klammer multiplizierst du mit jedem Summanden in der Klammer.

Allgemeine Vorgehensweise:

1. Löse die Klammern auf.
2. Ordne die Terme.
3. Fasse die Terme zusammen.

Beispiele:

$$\begin{aligned} & 2 \cdot (x + 13) \\ & = 2 \cdot x + 2 \cdot 13 \\ & = \underline{\underline{2x + 26}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 3(x - 5) = 6 \\ & \quad \quad \quad \curvearrowright \\ & 3x - 15 = 6 \quad | + 15 \\ & 3x = 21 \quad | : 3 \\ & x = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 8 \cdot (x + 2y) \\ & = 8 \cdot x + 8 \cdot 2y \\ & = \underline{\underline{8x + 16y}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 4(2x + 7) = 52 \\ & \quad \quad \quad \curvearrowright \\ & 8x + 28 = 52 \quad | - 28 \\ & 8x = 24 \quad | : 8 \\ & x = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & y \cdot (3a - 17) \\ & = y \cdot 3a - y \cdot 17 \\ & = \underline{\underline{3ay - 17y}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 5 \cdot (y - 7) \\ & = 5 \cdot y - 5 \cdot 7 \\ & = \underline{\underline{5y - 35}} \end{aligned}$$

Übungen

$$9 \cdot (3a + 5) =$$

$$2y \cdot (x - 1) =$$

$$2y \cdot (x - 1) =$$

$$7s \cdot (t - 13) =$$

$$7 \cdot (5x + 12 - s) =$$

$$1,5c \cdot (4d - 10) =$$

$$2,5 \cdot (4x + 6y - 10) =$$

$$3 \cdot (9a - b - 0,5) =$$

$$7 \cdot (5x + 12 - s)$$

$$9 \cdot (4z + 2y - 7) =$$

$$10 \cdot (2a - 3b + 8c) =$$

$$\frac{1}{2} \cdot (6x + 18y - 20) =$$

$$7(x + 3) = 49$$

$$9(x - 2) = 63$$

$$5(3x - 4) = 40$$

$$7(x + 8) = 108$$

$$3(2x + 5) = 27$$

$$78 = 6(x + 5)$$

$$57 = 3(x - 3)$$

$$12(3x + 1) = 120$$

$$68 = 4(5x - 3)$$

$$4(x - 8) = 12$$

$$7(x - 2) = 49$$

$$3(5x - 2) = 54$$

$$21(-3x + 5) = 168$$

$$-1,5(6 - 5x) = -61,5$$

$$(3x - 15) \cdot (-2) = 24$$

Terme umformen

4 Multipliziere die Klammern aus. Fasse dann gleichartige Summanden zusammen.

$$\begin{aligned} 8(x+2) - 5(x-3) \\ = 8x + 16 - 5x + 15 \\ = 3x + 31 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2(5y-3) - 5(3-4y) \\ = -10y + 6 - 15 + 20y \\ = 10y - 9 \end{aligned}$$

a) $3(x+7) + 5(2+x) =$ _____

$6(a+1) + 8(9+a) =$ _____

$2(t+4) + 9(t+5) =$ _____

b) $12(x-2) + 5(x-7) =$ _____

$5(r-11) - 2(r-8) =$ _____

$-3(u-7) - 3(u-6) =$ _____

c) $8(v+1) + 4(5-v) - 2(v+3) =$ _____

$3(4+10t) - 5(3t+2) + 2(t-1) =$ _____

$15(a-2) + 7(3-a) - (a-5) =$ _____

d) $3(2t+1) - 3(1-t) - 2(6t+2) =$ _____

$7(4+x) + 5(4x+1) - 8(3+2x) =$ _____

$-(-y-2) - (11-3y) - 4(1-5y) =$ _____

5 Klammere aus.

$$\begin{aligned} 8a + 8b &= 8(a+b) \\ \text{Probe:} \\ 8(a+b) &= 8a + 8b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x + 50 &= 5(x+10) \\ 7u - 28v &= 7(u-4v) \\ 12t - 20s &= 4(3t-5s) \end{aligned}$$

a) $2a + 2b =$ _____

b) $3x + 9 =$ _____

$5p + 5q =$ _____

$8y + 16 =$ _____

$9s - 9t =$ _____

$7u - 21 =$ _____

c) $11t - 33t =$ _____

d) $6x - 9y =$ _____

$3r + 12s =$ _____

$8p + 6q =$ _____

$20x - 80y =$ _____

$20a - 4b =$ _____

e) $3x + 6y + 12z =$ _____

f) $15r - 20s + 5t =$ _____

$12a + 16b + 8c =$ _____

$25x - 15y + 30z =$ _____

$14u + 35v - 21z =$ _____

$12p - 36q + 6r =$ _____

6



Ergänze

a) $7x + 3y + \underline{\quad}x + \underline{\quad} + \underline{\quad}y + 3 = 12x + 7y + 10$

$5a - \underline{\quad}b + \underline{\quad} - 8b + \underline{\quad}a - 11 = 20a - 11b + 1$

$3r + \underline{\quad}s - 7 + \underline{\quad}r - \underline{\quad} - 16s = 11r - 7s + 15$

b) $3(x + \underline{\quad}) = \underline{\quad} + 12$

c) $4(\underline{\quad} + 9) = 4v + \underline{\quad}$

d) $\underline{\quad}(a + \underline{\quad}) = 3 \underline{\quad} + 27$

$7(r - \underline{\quad}) = \underline{\quad} - 35$

$6(y - \underline{\quad}) = \underline{\quad} - 42$

$\underline{\quad}(2b + \underline{\quad}) = 6b + 15$

$11(\underline{\quad} - 8) = 11s - \underline{\quad}$

$12(\underline{\quad} - 1) = 12s - \underline{\quad}$

$\underline{\quad}(3x - \underline{\quad}) = 15 \underline{\quad} - 30$